Pertemuan 4 — Ensemble Learning

Banyak pohon yang lemah, satu keputusan yang kuat

Hendri Karisma

Semester Ganjil 2026/2027

Program Studi Teknik Informatika, STMIK Tazkia

Alur pertemuan hari ini

1. Dari satu pohon ke banyak pohon
2. Bias dan variance: membongkar galat
3. Bootstrap dan bagging
4. Random forest: OOB dan *feature importance*
5. Boosting: dari AdaBoost ke *gradient boosting*
6. XGBoost dan kerabatnya
7. Memilih dengan sadar

Sasaran pertemuan ini

Anda dapat menjelaskan mengapa sekumpulan model lemah bisa mengalahkan satu model kuat, membedakan mana teknik yang menurunkan **variance** dan mana yang menurunkan **bias**, menghitung sendiri satu iterasi AdaBoost, serta memilih antara pohon tunggal, *random forest*, dan XGBoost dengan alasan yang dapat dipertanggungjawabkan.

Dari satu pohon ke banyak pohon

Di mana kita berhenti pertemuan lalu

Pohon keputusan adalah model yang paling mudah dibaca manusia: jalurnya dapat diucapkan sebagai kalimat. Tetapi ia juga model yang paling **tidak stabil**.

- Ganti 5% data latih, dan atribut di akar bisa berubah. Ketika akar berubah, seluruh pohon di bawahnya berubah, dan aturan yang tadi kita jelaskan tidak lagi berlaku.
- Pohon yang tumbuh penuh mencapai galat nol pada data latih, lalu jatuh pada data baru.
- *Pruning* menolong, tetapi menukar satu masalah dengan masalah lain: pohon menjadi lebih stabil sekaligus lebih tumpul.

Intinya

Gagasan hari ini sederhana dan tidak intuitif sekaligus. Alih-alih membuat satu pohon menjadi sempurna, kita tanam **banyak** pohon yang masing-masing biasa-biasa saja, lalu menggabungkan pendapat mereka. Ketidakstabilan yang tadi jadi kelemahan justru menjadi bahan baku yang kita butuhkan.

Kebijaksanaan orang banyak, dihitung

Lima pemilih. Masing-masing benar berpeluang $p = 0{,}6$, dan kesalahan mereka **saling independen**. Keputusan diambil dengan suara terbanyak, jadi kita butuh sedikitnya 3 jawaban benar.

$$P(k \text{ benar}) = \binom{5}{k} 0{,}6^{k}\, 0{,}4^{5-k}$$

k	Peluang	Mayoritas?
0	0,0102	tidak
1	0,0768	tidak
2	0,2304	tidak
3	**0,3456**	**ya**
4	**0,2592**	**ya**
5	**0,0778**	**ya**
Jumlah tiga terakhir		**0,6826**

Satu pemilih benar 60% dari waktu; lima pemilih benar 68,3%. Tidak ada pemilih yang menjadi lebih pandai. Yang berubah hanya cara bertanyanya.

Rumus umumnya

Untuk B pemilih, B ganjil:

$$P_{\text{may}} = \sum_{k=\lceil B/2 \rceil}^{B} \binom{B}{k} p^{k} (1-p)^{B-k}$$

Menambah pemilih, dan dua syarat yang tidak boleh dilanggar

Satu pemilih benar	$B = 1$	$B = 3$	$B = 5$	$B = 11$	$B = 25$	$B = 51$	$B = 101$
$p = 0{,}70$	0,700	0,784	0,837	0,922	0,983	0,999	1,000
$p = 0{,}60$	0,600	0,648	0,683	0,753	**0,846**	0,926	0,979
$p = 0{,}55$	0,550	0,575	0,593	0,633	0,694	0,764	0,844
$p = 0{,}45$	0,450	0,425	0,407	0,367	0,306	0,236	0,156

Ke kanan pada tiga baris atas, peluang terdorong menuju 1. Ke kanan pada baris terakhir, terdorong menuju **0**. Ensembel memperkuat kecenderungan, apa pun arahnya.

Dua syarat

(1) Lebih baik daripada tebakan acak. Setiap anggota butuh $p > 0{,}5$, walau sedikit. Itulah arti *weak learner*: lemah, tetapi tidak nol. **(2) Galatnya tidak seragam.** Bila semua anggota salah pada kasus yang sama persis, kolom $B = 101$ akan sama dengan kolom $B = 1$. Sisa pertemuan ini sebenarnya tentang cara **merekayasa keberagaman** itu.

Bias dan variance

Membongkar galat menjadi tiga bagian

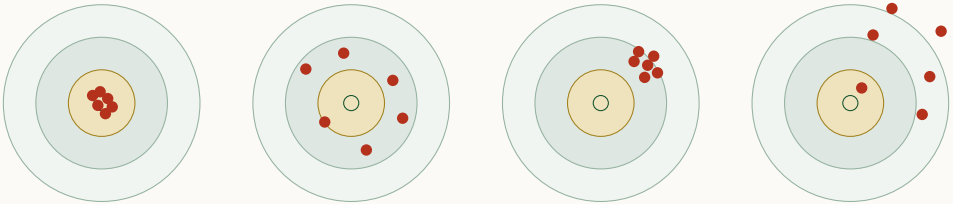
Dekomposisi bias–variance untuk galat kuadrat

$$\mathbb{E}\big[(y - \hat{f}(x))^2\big] = \underbrace{\big(\mathbb{E}[\hat{f}(x)] - f(x)\big)^2}_{\text{bias}^2} + \underbrace{\mathbb{E}\big[(\hat{f}(x) - \mathbb{E}[\hat{f}(x)])^2\big]}_{\text{variance}} + \underbrace{\sigma^2}_{\text{derau}}$$

Harapan $\mathbb{E}[\cdot]$ diambil atas **kemungkinan data latih yang berbeda**. Bayangkan model yang sama dilatih pada seratus sampel data, lalu kita amati seratus prediksinya pada satu titik uji.

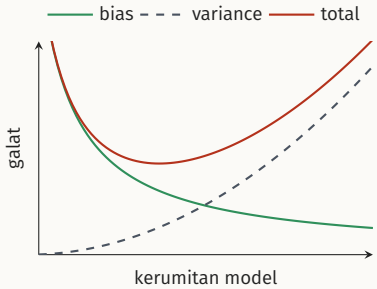
- **Bias** — seberapa jauh **rata-rata** seratus prediksi itu dari kebenaran. Model yang terlalu sederhana salah secara sistematis.
- **Variance** — seberapa **menyebar** prediksi itu satu terhadap yang lain. Pohon penuh: ganti data sedikit, prediksi berubah banyak.
- **Derau** σ^2 — bagian yang tidak dapat dihilangkan siapa pun.

Empat kuadran sasaran



Titik merah adalah prediksi model yang dilatih pada sampel data berbeda-beda; pusat sasaran adalah kebenaran. Perhatikan kuadran ketiga: ia **konsisten, tetapi konsisten salah**. Inilah tipe kesalahan yang paling sering lolos dari pemeriksaan, karena hasilnya terlihat stabil dan meyakinkan.

Siapa mengurangi apa



Titik terbaik ada di tengah, bukan di ujung mana pun.

Bagging menyerang variance

Melatih banyak model **kuat dan tidak stabil** secara sejajar, lalu merata-ratakan. Rata-rata banyak tebakan yang menyebar jauh lebih tenang daripada satu tebakan. Biasnya hampir tidak berubah.

Boosting menyerang bias

Menyusun banyak model **lemah dan kaku** secara berurutan, masing-masing memperbaiki sisa kesalahan pendahulunya. Satu tunggul pohon berbias besar; tiga ratus tunggul yang saling melengkapi tidak.

Akibatnya langsung terasa: pada bagging, menambah pohon nyaris tidak pernah merugikan. Pada boosting, menambah pohon terus-menerus akhirnya *overfit*, karena modelnya memang sedang dibuat semakin lentur.

Bootstrap dan bagging

Bootstrap: dari satu data latih menjadi banyak

Kita hanya punya satu data berukuran n, tetapi butuh banyak yang berbeda. **Bootstrap** mengambil n baris secara acak **dengan pengembalian**: satu baris boleh terambil dua kali, sebagian tidak terambil sama sekali.

Peluang satu baris **tidak** terambil pada satu pengambilan adalah $1 - \frac{1}{n}$. Karena n pengambilan saling bebas,

$$P(\text{tak pernah terambil}) = \left(1 - \tfrac{1}{n}\right)^n$$

sehingga peluang sebuah baris **muncul** adalah $1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$. Untuk n besar,

$$\left(1 - \tfrac{1}{n}\right)^n \xrightarrow[n\to\infty]{} e^{-1} \;\Rightarrow\; 1 - e^{-1} \approx 0{,}632$$

n	$(1 - 1/n)^n$	Baris unik
5	0,3277	67,2%
10	0,3487	65,1%
100	0,3660	63,4%
1.000	0,3677	63,2%
∞	$e^{-1} = 0{,}3679$	**63,2%**

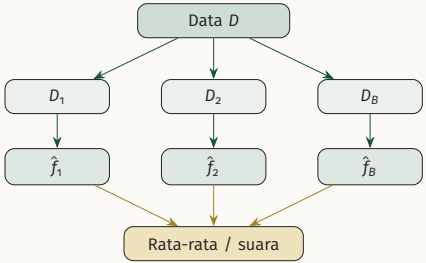
Intinya

Tiap sampel bootstrap memuat sekitar **63,2%** baris unik dan menyisakan **36,8%** yang tak pernah dilihat. Sisa itu bukan limbah — ia akan menjadi data validasi gratis.

Bagging: *bootstrap aggregating*

1. Untuk $b = 1, \ldots, B$: ambil sampel bootstrap D_b berukuran n, lalu latih $\hat{f}_b$ pada D_b sampai tumbuh penuh, **tanpa** *pruning*.
2. Gabungkan:
   - regresi — rata-rata, $\hat{f}_{\text{bag}}(x) = \frac{1}{B}\sum_b \hat{f}_b(x)$;
   - klasifikasi — suara terbanyak, atau rata-rata peluang kelas (*soft voting*), yang biasanya sedikit lebih baik karena memakai derajat keyakinan, bukan hanya putusannya.

Tiap pohon dibiarkan *overfit* dengan sengaja. Itu bukan kelalaian: bagging butuh anggota berbias rendah, dan variance besar yang menyertainya akan dibereskan oleh perata-rataan.



Semua cabang berjalan **sejajar** dan saling bebas, sehingga mudah diparalelkan ke banyak inti prosesor.

Mengapa perata-rataan menurunkan variance, dan sampai batas mana

Misalkan B model punya variance sama σ^2 dan korelasi antar pasangan ρ.

Intinya

$$\mathrm{Var}\left(\frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B}\hat{f}_b(x)\right) = \underbrace{\rho\,\sigma^2}_{\text{tak bisa dihilangkan}} + \underbrace{\frac{1-\rho}{B}\,\sigma^2}_{\text{lenyap bila } B \text{ besar}}$$

- Suku kedua turun seperti $1/B$: menambah pohon murah dan aman, tetapi melandai cepat. Dari 10 ke 100 pohon terasa; dari 500 ke 5.000 hampir tidak.
- Suku pertama **tidak peduli** berapa pun B. Bila $\rho = 0{,}8$, 80% variance asal tetap tinggal walau kita menanam sejuta pohon — dan sampel bootstrap bertumpang tindih sekitar 63%, jadi ρ memang tinggi.
- Untuk maju lebih jauh kita tidak butuh lebih banyak pohon, melainkan pohon yang lebih **berbeda** — yaitu ρ yang lebih kecil.

Random forest

Bagging, ditambah keacakan di setiap simpul

Random forest (Breiman, 2001) menambah satu langkah **di dalam** pohon: pada setiap simpul, pilih dulu secara acak m dari d fitur, lalu cari pemisah terbaik **hanya** di antara m fitur itu.

- Klasifikasi: $m \approx \sqrt{d}$. Untuk $d = 100$, berarti 10 fitur per simpul.
- Regresi: $m \approx d/3$.
- Itu titik awal, bukan hukum. m adalah hiperparameter paling berpengaruh pada random forest dan layak disetel.

Keacakannya diambil ulang di **setiap** simpul, bukan sekali per pohon.

Mengapa ini bekerja

Bila ada satu fitur yang sangat kuat, bagging murni akan memilihnya sebagai akar pada hampir semua pohon. Hasilnya seratus pohon yang nyaris kembar: ρ tinggi, variance tidak banyak turun.

Dengan pemilihan fitur acak, fitur kuat itu bahkan tidak selalu tersedia untuk dipertimbangkan. Pohon terpaksa menemukan jalan lain, dan fitur menengah yang selalu tertutupi akhirnya mendapat kesempatan.

Harganya: tiap pohon menjadi sedikit **lebih lemah** sendiri-sendiri. Yang dibeli dengan pelemahan itu adalah ρ yang jauh lebih kecil.

Out-of-bag error: validasi yang tidak perlu dibeli

Setiap pohon tidak pernah melihat sekitar 36,8% baris. Baris itu *out-of-bag* (OOB) bagi pohon tersebut, dan bagi pohon itu ia sama asingnya dengan data uji.

Prosedurnya

1. Untuk setiap baris i, kumpulkan pohon yang **tidak** memakai baris i saat dilatih — rata-rata sekitar $0{,}368\,B$ pohon.
2. Gabungkan prediksi pohon-pohon itu untuk baris i.
3. Bandingkan dengan label sebenarnya, lalu rata-ratakan atas seluruh baris. Itulah **OOB error**.

Nilainya sebanding dengan galat validasi silang, tetapi diperoleh sebagai efek samping dari satu kali pelatihan — tanpa memisahkan data, tanpa melatih k kali.

Kegunaan praktisnya

- Menentukan kapan jumlah pohon cukup: gambar OOB error terhadap B, berhenti saat kurvanya mendatar.
- Menyetel m tanpa menyentuh data uji.

Catatan kejujuran. OOB error agak pesimistis, karena tiap baris hanya dinilai oleh sepertiga hutan. Ia juga tidak sah bila data berurutan waktu atau berkelompok; untuk itu tetap pakai pembagian berbasis waktu atau *group-aware split*.

Feature importance: dua cara, dan dua peringatan

Penurunan impuritas (MDI)

Jumlahkan penurunan impuritas (Gini atau entropi) pada semua simpul yang memakai fitur itu, dibobot jumlah baris yang melewatinya, lalu rata-ratakan atas seluruh pohon. Gratis: angkanya sisa perhitungan pelatihan. Inilah `feature_importances_`.

Permutasi

Acak ulang isi satu kolom pada data validasi, lalu ukur berapa kinerja turun. Lebih mahal (d kali evaluasi ulang) tetapi lebih jujur, karena mengukur pengaruh pada **kinerja**, bukan pada struktur pohon.

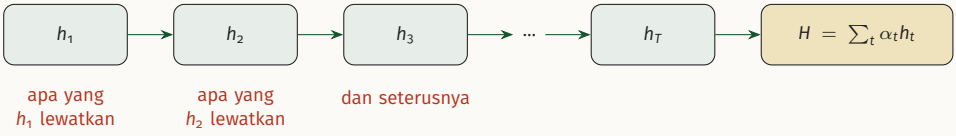
Dua peringatan

- **MDI berpihak pada kardinalitas tinggi.** Kolom dengan banyak nilai berbeda — ID pelanggan, kode pos, *timestamp* — punya lebih banyak titik pisah untuk dicoba, sehingga tampak penting walau isinya derau.
- **Fitur berkorelasi saling mencuri kredit.** Bila dua kolom nyaris sama, keduanya tampak sedang-sedang saja. Permutasi pun tertipu di sini: membuang satu kolom tidak terasa karena kembarannya masih ada.

Feature importance adalah **petunjuk untuk diselidiki**, bukan bukti sebab-akibat. Fitur di puncak sering perlu diperiksa dulu: jangan-jangan ia bocoran dari label (*data leakage*), bukan temuan.

Boosting: dari AdaBoost ke gradient boosting

Berurutan, bukan sejajar



Pada bagging, semua anggota menghadapi masalah yang **sama** dengan data berbeda, sehingga urutannya tidak penting dan semuanya bisa dilatih serentak. Pada boosting, setiap anggota menghadapi masalah yang **sudah berubah** — apa yang masih salah setelah pendahulunya bekerja — sehingga urutannya menentukan dan pelatihan antar pohon tidak bisa diparalelkan.

Intinya

Ada dua cara memberi tahu model berikutnya “apa yang masih salah”. **AdaBoost** memperbesar **bobot** baris yang salah. **Gradient boosting** menyerahkan **residu** sebagai target baru. Keduanya dua wajah dari gagasan yang sama.

AdaBoost: algoritmanya

Label $y_i \in \{-1, +1\}$ dan $h_t(x) \in \{-1, +1\}$, sehingga $y_i h_t(x_i) = +1$ bila benar dan -1 bila salah. Itulah trik yang membuat rumusnya ringkas.

1. Bobot awal seragam: $w_i^{(1)} = 1/n$.
2. Untuk $t = 1, \ldots, T$:
   - 2.1 latih h_t pada data **berbobot** $w^{(t)}$ (biasanya satu *decision stump*);
   - 2.2 $\epsilon_t = \sum_{i:\, h_t(x_i) \neq y_i} w_i^{(t)}$;
   - 2.3 $\alpha_t = \frac{1}{2} \ln \frac{1 - \epsilon_t}{\epsilon_t}$;
   - 2.4 $w_i^{(t+1)} = \frac{w_i^{(t)} \exp\big(-\alpha_t y_i h_t(x_i)\big)}{Z_t}$.
3. $H(x) = \operatorname{sign}\Big(\sum_{t=1}^{T} \alpha_t h_t(x)\Big)$.

Baris yang salah dikalikan $e^{+\alpha_t} > 1$ sehingga bobotnya naik; yang benar dikalikan $e^{-\alpha_t} < 1$ sehingga turun.

Membaca α_t

ϵ_t	α_t	arti
0,01	2,30	hampir sempurna
0,10	1,10	sangat berguna
0,30	0,42	berguna
0,50	0,00	tak bersuara
0,70	−0,42	dipakai terbalik

Model seburuk tebakan acak mendapat suara nol. Model yang **lebih buruk** daripada acak mendapat α negatif, artinya jawabannya dipakai secara terbalik — dan itu masih berguna.

Satu iterasi AdaBoost, dihitung sampai angkanya

$n = 10$ baris, bobot awal $w_i^{(1)} = 0{,}1$ semuanya. Tunggul h_1 salah pada 3 baris.

(a) Galat berbobot $\epsilon_1 = 3 \times 0{,}1 = 0{,}3$

(b) $\alpha_1 = \frac{1}{2} \ln \frac{0{,}7}{0{,}3} = \frac{1}{2} \ln 2{,}3333 = \mathbf{0{,}4236}$

(c) Pengali bobot

$$e^{+\alpha_1} = 1{,}5275 \qquad e^{-\alpha_1} = 0{,}6547$$

(d) Sebelum dinormalkan

	cacah	per baris	total
Salah	3	$0{,}1 \times 1{,}5275 = 0{,}15275$	0,45826
Benar	7	$0{,}1 \times 0{,}6547 = 0{,}06547$	0,45826
Z_1 = jumlah keduanya			**0,91652**

(e) Setelah dibagi Z_1

	per baris	jumlah kelompok
3 baris salah	$0{,}15275/0{,}91652 = 0{,}1667$	**0,5**
7 baris benar	$0{,}06547/0{,}91652 = 0{,}0714$	**0,5**

Intinya

Angka 0,5 dan 0,5 bukan kebetulan: dengan α_t yang dipilih demikian, bobot total selalu terbagi **tepat separuh** antara baris yang salah dan yang benar.

Iterasi kedua, dan bentuk akhirnya

Tunggul h_2 dilatih pada bobot baru. Katakanlah ia membenarkan ketiga baris sulit itu, tetapi tersandung pada 2 baris yang tadi benar.

$$\epsilon_2 = 2 \times 0{,}0714 = 0{,}1429$$

$$\alpha_2 = \tfrac{1}{2} \ln \frac{0{,}8571}{0{,}1429} = \tfrac{1}{2} \ln 6 = \mathbf{0{,}8959}$$

$$H(x) = \operatorname{sign}\left(0{,}4236\, h_1 + 0{,}8959\, h_2\right)$$

h_2 mendapat suara dua kali lebih besar — bukan karena ia model yang lebih baik secara umum, melainkan karena ia unggul pada soal yang **saat itu** dianggap penting.

Tiga hal yang perlu diingat

- Galat latih ensembel turun secara eksponensial terhadap T selama setiap $\epsilon_t < 0{,}5$. Itu teorema, bukan pengamatan.
- Bila sebuah tunggul mencapai $\epsilon_t = 0$ maka $\alpha_t \to \infty$; implementasi nyata berhenti di titik itu.
- AdaBoost meminimumkan *exponential loss* $\sum_i e^{-y_i H(x_i)}$, yang menghukum kesalahan sangat keras. Dari sinilah kepekaannya pada *outlier*: satu label salah tulis akan terus diperbesar bobotnya sampai mendominasi.

Gradient boosting: menuruni gradien di ruang fungsi

Pada pertemuan 9 kita memperbaiki **parameter** dengan $\theta \leftarrow \theta - \eta \nabla_\theta L$. Gradient boosting (Friedman, 2001) memperbaiki **fungsinya sendiri**:

Intinya

$$F_m(x) = F_{m-1}(x) + \nu \cdot h_m(x), \qquad h_m \approx -\left.\frac{\partial L}{\partial F}\right|_{F=F_{m-1}}$$

Satu pohon menggantikan satu langkah gradien. Untuk $L = \frac{1}{2}(y - F)^2$, arah negatif gradiennya persis residu: $-\partial L/\partial F = y - F_{m-1}(x) = r$.

- Karena itu resepnya sesederhana ini: hitung residu, latih pohon untuk **memprediksi residu**, tambahkan sebagiannya ke model, ulangi.
- Keunggulan cara pandang gradien adalah keleluasaannya. Ganti L dengan *log loss* dan yang diprediksi pohon menjadi $y_i - p_i$: kita dapat boosting untuk klasifikasi. Ganti dengan *Huber loss* untuk data penuh *outlier*, atau *pinball loss* untuk regresi kuantil. Kerangkanya tidak berubah.

Residu sebagai target: satu langkah dengan angka nyata

Satu fitur berurutan, target $y = [12,\ 15,\ 21,\ 30,\ 34]$, $\nu = 0{,}1$, pohon dengan satu pemisah saja.

i	y_i	$F_0 = \bar{y}$	$r_i = y_i - F_0$	F_1
1	12	22,4	−10,4	21,76
2	15	22,4	−7,4	21,76
3	21	22,4	−1,4	21,76
4	30	22,4	7,6	23,36
5	34	22,4	11,6	23,36

h_1 memisah antara baris 3 dan 4, lalu mengisi tiap daun dengan rata-rata residu di daun itu: $-6{,}4$ dan $+9{,}6$. Pembaruannya $F_1 = F_0 + 0{,}1 \times h_1$, jadi $22{,}4 - 0{,}64 = 21{,}76$ dan $22{,}4 + 0{,}96 = 23{,}36$.

Apakah kita maju?

Jumlah kuadrat residu turun dari **357,20** (F_0) menjadi **298,83** (F_1) — 16% dari satu pohon yang isinya hanya dua angka. Residu baru menjadi $[-9{,}76,\ -6{,}76,\ -0{,}76,\ 6{,}64,\ 10{,}64]$, dan pohon kedua dilatih pada deret itu.

Langkahnya **disengaja kecil**. Tanpa faktor 0,1, daun kiri langsung menembak $22{,}4 - 6{,}4 = 16$ dan pohon pertama sudah menghabiskan hampir seluruh sinyal — termasuk deraunya.

Learning rate, dan mengapa kita menahan diri

ν (`learning_rate` atau `eta`) mengecilkan kontribusi setiap pohon. Efeknya seperti regularisasi: tidak ada satu pohon pun yang boleh menentukan hasil sendirian, sehingga derau yang tertangkap satu pohon masih bisa dikoreksi pohon berikutnya.

- Nilai lazim: 0,01 sampai 0,3.
- ν dan jumlah pohon M saling menukar: setengahkan ν, dan M perlu kira-kira dua kali lipat.
- ν kecil dengan M besar biasanya lebih baik, dengan ongkos waktu latih lebih panjang — pertukaran **efektivitas–efisiensi** dari Pertemuan 1, kali ini sebagai satu baris konfigurasi.

Cara menyetelnya yang praktis

1. Tetapkan ν kecil, misalnya 0,05.
2. Pasang jumlah pohon besar, misalnya 5.000.
3. Nyalakan *early stopping* pada satu himpunan validasi: berhenti bila tidak membaik selama 50 putaran.
4. Biarkan data yang memutuskan berapa pohon yang dibutuhkan.

Intinya

Tanpa *early stopping*, jumlah pohon pada boosting adalah hiperparameter yang berbahaya: menambahnya terus menurunkan galat latih sampai nol sekaligus menaikkan galat uji. Pada random forest, kesalahan semacam ini tidak mungkin terjadi.

XGBoost dan kerabatnya

Objektif yang menyebut ukuran pohon, dan pendekatan orde dua

Gradient boosting klasik mengendalikan kerumitan dari luar. XGBoost (Chen dan Guestrin, 2016) memasukkannya **ke dalam objektif**, lalu menguraikan rugi dengan Taylor sampai orde kedua ($g_i = \partial_{\hat{y}} l$, $h_i = \partial^2_{\hat{y}} l$):

$$\Omega(f) = \gamma T + \tfrac{1}{2}\lambda \|w\|^2 \qquad \mathcal{L}^{(t)} \approx \sum_i \left[g_i f_t(x_i) + \tfrac{1}{2} h_i f_t(x_i)^2 \right] + \gamma T + \tfrac{1}{2}\lambda \sum_j w_j^2$$

Dengan $G_j = \sum_{i \in I_j} g_i$ dan $H_j = \sum_{i \in I_j} h_i$, untuk struktur pohon yang tetap ini kuadratik sederhana pada w_j, sehingga optimumnya dapat ditulis langsung:

$$w_j^* = -\frac{G_j}{H_j + \lambda} \qquad \mathcal{L}^* = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{T} \frac{G_j^2}{H_j + \lambda} + \gamma T$$

- T = jumlah daun, γ = ongkos per daun tambahan; λ menarik nilai daun ke nol, sehingga daun berpenghuni sedikit tidak boleh memberi prediksi ekstrem.
- Memakai h_i berarti langkahnya tahu **kelengkungan** rugi, bukan hanya arahnya; karena itu pohon yang dibutuhkan lebih sedikit. Dan $\mathcal{L}^*$ memberi **skor mutu** sebuah struktur pohon.

Gain pemisahan, dihitung dua kali

$$\text{Gain} = \frac{1}{2}\left[\frac{G_L^2}{H_L+\lambda} + \frac{G_R^2}{H_R+\lambda} - \frac{(G_L+G_R)^2}{H_L+H_R+\lambda}\right] - \gamma$$

Kasus A — pemisahan diterima

$G_L = -6,\ H_L = 3,\ G_R = 8,\ H_R = 4,\ \lambda = 1,\ \gamma = 0{,}5$

$$\text{kiri} = 36/4 = 9, \quad \text{kanan} = 64/5 = 12{,}8$$
$$\text{induk} = 2^2/8 = 0{,}5$$
$$\text{Gain} = \tfrac{1}{2}(9 + 12{,}8 - 0{,}5) - 0{,}5 = \mathbf{10{,}15}$$

Kedua sisi menarik ke arah berlawanan; memisahkan jelas menguntungkan.

Kasus B — pemisahan ditolak

$G_L = -1,\ H_L = 3,\ G_R = 1,\ H_R = 3,\ \lambda = 1,\ \gamma = 0{,}5$

$$\text{kiri} = 1/4 = 0{,}25, \quad \text{kanan} = 1/4 = 0{,}25$$
$$\text{induk} = 0^2/7 = 0$$
$$\text{Gain} = \tfrac{1}{2}(0{,}25 + 0{,}25 - 0) - 0{,}5 = \mathbf{-0{,}25}$$

Perbaikannya 0,25, harga satu daun 0,5. Cabang tidak dibuat.

Naikkan γ dan pohon memendek dengan sendirinya — *pruning* bukan lagi langkah terpisah, melainkan akibat langsung dari objektif. Naikkan λ dan nilai daun mengerut, terutama pada daun berpenghuni sedikit, karena H_j-nya kecil sehingga λ mendominasi penyebutnya.

Mengapa cepat, dan bagaimana ia memperlakukan nilai hilang

Yang membuatnya cepat

- **Blok terurut.** Data disusun per kolom dalam blok terkompresi yang sudah terurut, sehingga tidak perlu mengurutkan ulang di setiap simpul.
- **Histogram.** Nilai dikelompokkan ke beberapa ratus *bin* (`tree_method=hist`), sehingga calon pemisah berkurang dari n menjadi jumlah *bin*.
- **Paralel dan sadar *cache*.** Pohonnya berurutan, tetapi pencarian pemisah di dalam satu pohon dibagi ke banyak inti.

Yang menahan *overfit*

`eta` (shrinkage) pada setiap pohon; `subsample` untuk mengambil sebagian baris per pohon, meminjam gagasan bagging; `colsample_bytree` dan `colsample_bylevel` untuk mengambil sebagian kolom, meminjam gagasan random forest.

Nilai hilang

Tidak ada imputasi. Pada setiap simpul, XGBoost mencoba mengirim seluruh baris kosong ke kiri, lalu ke kanan, dan menyimpan pilihan dengan gain lebih besar sebagai **arah bawaan** simpul itu. “Kosong” diperlakukan sebagai informasi yang dipelajari, bukan lubang yang harus ditambal.

Tiga kerabat yang akan Anda temui

XGBoost

Tumbuh per tingkat (*level-wise*), regularisasi eksplisit, matang dan portabel. Pilihan bawaan yang aman, dan yang kita pakai di praktikum.

LightGBM

Tumbuh per daun (*leaf-wise*): selalu memecah daun dengan gain terbesar. Lebih cepat pada data besar, tetapi lebih mudah *overfit* pada data kecil sehingga `num_leaves` harus dijaga.

CatBoost

Menangani fitur kategorikal secara bawaan dengan *target statistics* yang diurutkan, dan memakai *ordered boosting* untuk menekan kebocoran prediksi.

Intinya

Ketiganya *gradient boosted trees* dengan rekayasa berbeda, bukan keluarga algoritma yang berbeda. Semua yang Anda pelajari hari ini — residu, *shrinkage*, *subsampling*, *early stopping* — berlaku untuk ketiganya. Yang berbeda hanya nama hiperparameternya.

Sampai hari ini, pada data **tabular** berukuran menengah, keluarga inilah yang umumnya masih mengalahkan jaringan saraf. Gambar, teks, dan audio adalah cerita lain, dan itu bagian setelah UTS.

Memilih dengan sadar

Tabel perbandingan

	Pohon tunggal	**Random forest**	**Gradient boosting / XGBoost**
Akurasi khas	Paling rendah	Baik, sering cukup	Terbaik pada data tabular
Kestabilan	Rendah; ganti sedikit data, berubah banyak	Tinggi; diredam oleh perata-rataan	Menengah; peka pada ν, kedalaman, jumlah pohon
Keterbacaan	Penuh; jalurnya dapat diucapkan sebagai kalimat	Hilang; tersisa *feature importance*	Hilang; butuh SHAP atau *partial dependence*
Biaya latih	Paling murah	B kali pohon tunggal, tetapi sejajar	Mahal dan berurutan, ditambah pencarian hiperparameter
Biaya inferensi	O(kedalaman)	$O(B \times$ kedalaman$)$	$O(M \times$ kedalaman$)$, pohon lebih pendek
Hiperparameter utama	kedalaman, `min_samples_leaf`	B, `max_features` (m)	`eta`, `max_depth`, γ, λ, `subsample`, jumlah pohon
Kapan dipilih	Ketika aturannya harus dapat dijelaskan dan diaudit	Garis dasar pertama, atau data berderau	Akurasi dikejar dan Anda punya waktu menyetel

Peringatan praktis, dan ongkos yang lupa dihitung

- **Boosting lebih rentan pada data berderau.** Ia dirancang mengejar baris yang sulit. Label yang salah tulis juga baris yang sulit, dan akan dikejar dengan sama tekunnya sampai dihafal.
- **Random forest hampir selalu aman.** Jalankan dengan pengaturan bawaan sebagai garis dasar. Bila XGBoost yang disetel berhari-hari hanya menang setengah persen, pertanyaannya bukan lagi tentang model, melainkan tentang data dan fiturnya.
- **Ensembel menukar keterbacaan dengan akurasi.** Pada wilayah yang diatur regulasi — pemberian kredit, keputusan medis — pertukaran itu mungkin tidak boleh dilakukan, seberapa pun bagus angkanya.

Kembali ke Pertemuan 1

Kita sudah membedakan **efektivitas** dari **efisiensi**. Ensembel adalah contoh paling jelas dari pertukaran itu, dan ongkosnya ada di tiga tempat:

- **waktu latih** — B atau M kali satu pohon;
- **waktu inferensi** — setiap prediksi menyusuri ratusan pohon, dan inilah yang menabrak anggaran milidetik di produksi;
- **waktu manusia** — menyetel, menjelaskan, dan merawat model yang tidak bisa dibaca langsung.

Karena itu “pakai XGBoost saja” bukan jawaban rekayasa. Jawaban rekayasa menyebut angka: berapa akurasi yang dibutuhkan, berapa milidetik yang tersedia, dan seberapa jauh keputusannya harus dapat dipertanggungjawabkan.

Tugas untuk pertemuan berikutnya

1. Pilih satu dataset tabular berlabel (*Adult Income*, *Telco Churn*, atau data mitra dengan izin). Bagi menjadi latih dan uji, dan jangan sentuh data uji sampai langkah terakhir.
2. Latih **tiga** model: pohon keputusan tunggal, random forest, dan XGBoost. Laporkan akurasi, presisi, *recall*, F1, AUC, serta waktu latih dan waktu inferensi masing-masing.
3. Untuk random forest, laporkan **OOB error**, bandingkan dengan galat uji, dan gambar OOB error terhadap jumlah pohon. Untuk XGBoost, pakai *early stopping* dan sebutkan berapa pohon akhirnya terpakai.
4. Bandingkan *feature importance* MDI dengan *permutation importance*. Tunjukkan satu fitur yang peringkatnya berbeda, lalu jelaskan dugaan penyebabnya.
5. Tulis analisis **satu halaman**: mengapa hasil ketiga model berbeda, dan mana yang Anda pilih bila anggaran inferensinya 10 ms per permintaan.

Bacaan

- Hastie, Tibshirani, Friedman, *The Elements of Statistical Learning*, Bab 10 dan 15.
- Chen dan Guestrin, *XGBoost: A Scalable Tree Boosting System*, KDD 2016.
- Géron, *Hands-On Machine Learning*, Bab 7, untuk sisi kodenya.

Pertemuan depan

Kita berhenti membandingkan model dengan perasaan. Masuk ke evaluasi hipotesis secara statistik dan pembelajaran Bayesian: kapan selisih akurasi dua model benar-benar berarti, dan kapan ia hanya kebetulan pembagian data.

Terima kasih

Pertanyaan?